数学
数理解析専攻

MATHEMATICS

永遠の真理を求めて 未開の曠野へ踏み込む 数学・数理解析専攻

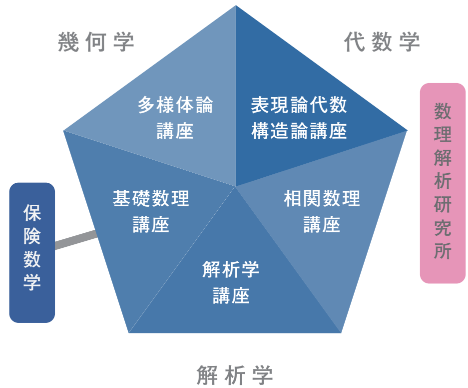
古い起源をもち、長い歴史を経てきた数学は、時代によってさまざまな姿を呈してきました。現在、大学で標準的に学ぶのは、20世紀に抽象化され、汎用性をもつ形に整理されたものですが、高校までの数学とは相当違った印象をもたらすことになるでしょう。

数学の世界には、まだ解くべき問題はあるのでしょうか。未解決「問題」は実際、山のようにあります。最近では、フェルマーの大定理やポアンカレ予想の解決に伴い、一般の関心も高まってきましたが、現実に、数学でどのような研究をしているのか想像するのは難しいでしょう。

あるいは、リーマン予想のような大きな未解決問題について目にし、そのロマンに魅力を感じる人もいるでしょう。しかし、個別的な問題を解くこと――それはそれ自体重要ですが――は究極の目的ではありません。研究者は、たとえて言えば、数学世界に広がる未知なる理論体系の「探検」を日々行っているのです。

数学の3つの分野

数学の分野は伝統的に、代数学、幾何学、解析学、という3つに分類されます。これは歴史的なものです。一方、20世紀には、数学が抽象化され、このような区分を超え、それらを横断し統一する傾向が増大しました。たとえば「群」という概念は、その出自である方程式を離れて、数学のみならず、物理学の基本法則に関わるなど、対称性記述の普遍的な言語となりました。当然、分野間の境界は明確ではなく、互いに他の分野に関係します。それでも、この伝統的な分類は現在でも、研究対象と方法の特徴を大きく捉えるのに便利です。以下、これに従って、それぞれの分野、とくに数学・数理解析専攻と関わるものの紹介をしましょう。



代数学

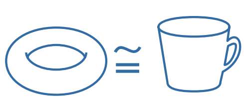
代数学は、方程式の解法に関わる古くからの問題に発し、その背後にある世界が明らかになってきたことが発展の契機となりました。上で述べた「群」以外にも基本的な「代数系」として「環」や「体」がありますが、それは「数」の加法や乗法を抽象化して得られる概念です。代数はこのような「操作」(＝代数的演算)に関わる学問です。分野を代表する、2つの大きなものは「整数論」と「代数幾何学」です。整数論は、一見素朴な「整数」を扱いますが、見かけとは裏腹にきわめて難しい問題が現れます。そこで、代数にとどまらない多様な攻略方法も駆使されます。フェルマーの大定理や素数分布にかかわるリーマン予想などが有名ですが、これらは微積分を発展させた解析学と密接に結びつきます。保型形式やゼータ函数はその場合の主役です。代数幾何学は、代数的形式性と幾何学的直観の利点を融合したもので、高校の「図形と方程式」をはるかに高度にし、かつ抽象的にしたものです。代数幾何も、整数論に由来をもつ問題によって深化してきたところもありますし、場合によっては、解析学、とくに複素解析と呼ばれる手法を使うことがあります。「代数幾何」は、京大がフィールズ賞学者を2人出した伝統ある分野です。

$$\{2, 3, 5, 7, 11, \cdots\}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

幾何学

幾何学とは図形に関わる分野です。歴史的には現実の「空間」に存在する図形を扱い、物理学とも不可分な関係をもっていました。現在では、より抽象的で広い範囲の「空間」や「図形」を問題としますが、一方では理論に内在する必然と、他方では、物理学などの「現実」から発したものとの両方によって、発展をとげてきました。分野としては「微分幾何学」と「位相幾何学」が代表的なものですが、これは対象・方法の違いから分けられます。微分幾何は、幾何学の研究に微積分を駆使し、曲線や曲面（あるいは、より高次元の幾何学的対象）の曲がり具合などを計量的な指標を道具として研究します。位相幾何は、図形をより自由に変形し、幾何学的対象のつながり具合を研究します。有名なポアンカレ予想は、もとは位相幾何の問題でしたが、その解決には微分幾何的手法が用いられました。このように、数学の諸分野でも、その対象内に閉じこもるのではなく、分野間の活発な相互作用が、研究を大きく推進することがよくあります。さらに最近では、数学にとどまらず最先端の素粒子物理学とも結んで、興味深い研究がなされています。



解析学

解析学は、微積分をさらに発展させたもので、極限操作を含む演算を主要な対象・道具とする点に特徴をもちます。たとえば、ものごとの変化の法則を「微分方程式」で記述し、その解の性質を調べるというのは、ニュートン以来の数学の重要な考えです。類似の考えを確率現象に適用した「確率微分方程式」もあり、開拓者の名前を冠した「伊藤の公式」は数理ファイナンスに応用されます。解析学は多様で、今述べた「微分方程式」「確率論」以外に「複素解析」「実解析」「函数解析」などの諸分野がありますが、それぞれがまたいろいろな側面をもっています。解析学では「無限次元」の空間を舞台に理論が展開することが多く、物理などへの応用も含め興味深いものです。

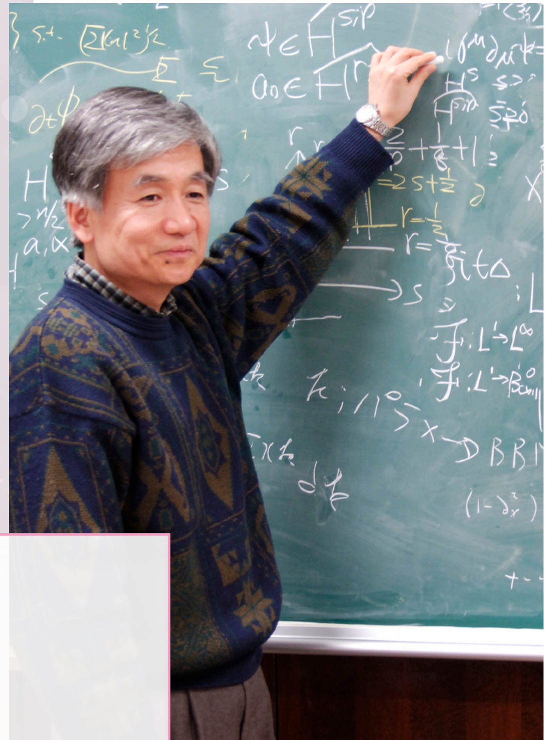
また、分野間を横断するものとして「力学系」では幾何学とのつながりが強く、「表現論」は、代数・幾何・解析のいずれもと密接につながり、「無限可積分系」は物理学の問題から発した無限自由度の世界を探求するのに、独自の代数的手法を基本的道具として用います。その方法「代数解析」は日本が生み出した大きな貢献です。

解析学は、無限を扱うので、思いもよらない結論が導き出されることがあります。そして、端正な理論もあれば、計算機を駆使する部分もあり、幅広い現象が隣り合わせになっているのです。

解析学
堤誉志雄教授

profile

1956年石川県生まれ。1985年東京大学理学博士。東京大学助教授、東北大学教授などを経て2004年より現職。非線形偏微分方程式の解の特異性に挑む。



「問題を解く」のではなく、自ら問題を設定する

アメリカのクレイ数学研究所が20世紀末に、懸賞金を用意してまで世に諮った数学の7つの未解決問題というものがあります。一般にも比較的知名度の高い「ポアンカレ予想」は21世紀になって解決しましたが、同じく有名な「リーマン予想」などと並んで、「非圧縮性ナビエ・ストークス方程式の解の存在とその滑らかさについて」という問題も、この未解決問題に仲間入りしています。これは流体力学に関係の深い話題で、たとえば天気予報などに応用されるのですが、この2階非線形偏微分方程式に滑らかな（つまり、何回でも微分可能な）一般解があることが示されれば、流体の挙動が解明されるという重要な問題なのです。
堤誉志雄教授は、このナビエ・ストークス方程式に関係が深い研究を行っています。いまだ証明も反証もされていないこの問題はどういう中身なのか、そしてそのアプローチの方法についてうかがいました。

ナビエ・ストークス方程式の解の振る舞いを探る

たとえば2次方程式などのような代数方程式は、実数や複素数といった「数」が解になるが、微分方程式というのは解自体が「函数」である。解が数であるときとは異なり、解が存在するとは限らない。微分方程式の始まりは、ニュートンやガリレオといった歴史上の科学者までさかのぼるが、力学の法則などの物理的な現象から発生したものであり、物理現象や化学現象を記述する際の数理モデルとしての有用性がある。

大学の数学が微分方程式に向き合う際は、微分方程式の数学的な構造や解の数学的性質といったことを問題にする。そのためには、「解があるのか否か」ということが、まず重要なのである。

堤教授は、非線形偏微分方程式を研究しているが、冒頭で紹介した非圧縮性ナビエ・ストークス方程式を例に取り、非線形偏微分方程式の研究とはどのようなものか説明しよう。一般に微分方程式には、「強解」と「弱解」があり、簡単にいえば前者は普通に微分できる函数であるが、後者は微分できるとは限らない函数である。したがって、強解（古典解ともいう）は文句のつけようのない解であるが、弱解は微分方程式をどのような意味で満たすかがまず問題となる。普通、微分方程式研究では、弱解は函数ではなく函数の概念を数学的に拡張して定められる「超函数」となっており、その超函数の微分を考えることにより微分方程式を満たすと考える。ナビエ・ストークス方程式には弱解があることは知られているが、強解が存在するかどうかが問題となっているのである。一般的な初期値のもとで弱解が存在することは示されているが、その解が強解であるとは断言できない。堤教授は目下、非線形偏微分方程式の解が古典解ではなくなる瞬間にどのような振る舞いをするのか、数学的に検証する研究を行っている。

「たとえば、宇宙がなめらかなタチのいい函数として描けるとしても、時間が経てば特殊な場合を除きほとんど特異性が表れてしまいます。それはある意味、ブラックホールみたいなものが宇宙に存在するということにつながるんです。しかし私たちの地球は、何億年も、ブラックホールに遭遇していないわけですね」。

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial t} - \Delta v + (v \cdot \nabla)v + \nabla p = f, \quad \mathrm{div} v = 0}$$

ナビエ・ストークス方程式には、圧縮性と非圧縮性の２種類がある。非圧縮性方程式は圧縮性方程式の特殊な場合と考えられるが、非圧縮性方程式も広い範囲で適用されている。上記の式はクレイ数学研究所の懸賞問題にもなっている非圧縮性ナビエ・ストークス方程式である

つまり、こういうことである。ナビエ・ストークス方程式には特異性をもつ解がある

かもしれない。しかしそれはものすごく例外的で、普通に物理現象を観察する分には表れないかもしれない。たとえば、もしアインシュタイン方程式に特異性をもつ解があると、因果律が壊れてしまう。時間が未来から過去に向かうような逆転現象が起こってしまったりするのだが、現実にはそのようなことはあり得ない。同様に、いま現在の研究成果からすると、ナビエ・ストークス方程式に特異性があるようには見えないのだ。もし仮にあったとしてもそれは、自然界には表れない現象と考えることができる。

解を見つけた後にこそ、やるべきことがある

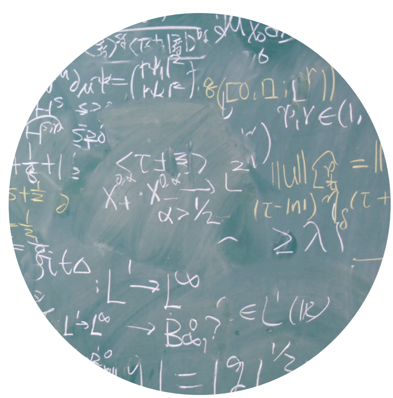
「ある問題があってその正しい解にたどりつく、というのが高校までの数学でした。しかし、数学の問題というのは答えは実はひとつじゃなくて、どういうものを答えとする（したい）のかを自分で設定していくところから始まります」と堤教授。数学研究の魅力やおもしろさは、「問題を自分で設計できる」ところであるという。とりわけ微分方程式の分野は、科学のさまざまな分野から問題が投げかけられてくるため、自分で設計する問題も、豊富で多様な対象から選ぶことができるのだ。

「解が存在するかどうかはもちろん重要な問題ですが、私たち研究者の立場からすれば、いざ存在してからのほうがやることがいっぱいあるんです。たとえば、ペレルマンが解いたポアンカレ予想。彼は、微分方程式の解の特異性の特徴付け（分類）という、解析的な方法を援用して解いたのです。つまり、位相幾何学的な性質を微分方程式で記述しよう、という新しい考え方です。微分方程式というのは、解析学の分野に属するわけですが、幾何学や代数学とも関係が深く、非常に多面的ですね」。

これはいわば、ある問題を「ほぼ同値の問題に置き換える」作業の価値を意味している。これまで、数学的にまったく違う対象だと思っていたものが、背後に同じ理論が絡んでいることがわかり、大きな発展につながることがあるのだ。フェルマーの最終定理などが典型かもしれない。整数論の世界から出た問題が、楕円曲線の問題と結びついたとき、がぜん真実味を帯び、急速に解明に向かったことは記憶に新しい。

「問題が解けるときというのは、同時に新しい理論ができる時ですね」。

数学の魅力とは、端的に、こういうことなのだろう。



数理物理学
小西由紀子准教授

profile

1976年徳島県生まれ。2003年東京大学理学博士。2008年に京都大学大学院理学研究科講師、2009年より現職。研究内容はミラー対称性について。

物理学の問題に数学サイドから厳密な定式化を

数理物理学という分野は、文字通り、数学と物理学の境界の領域であり、物理学上の問題を数学的に厳密にとらえ定式化する、という理解がひとまずわかりやすいでしょう。数理物理学の範疇として、一般になじみ深い物理学寄りの問題としては、量子力学、統計力学、一般相対性理論などがありますが、近年「弦理論」が、数学の多くの分野と関連するようになってきました。

小西由紀子准教授の研究は弦理論に関する数理物理学です。超弦理論によれば私たちの住んでいる時空は10次元のはずですが、実際には人間に感知できるのは時間と空間の4次元だけです。それ以外の6次元は非常に小さい3次元カラビ・ヤウ多様体になっていると考えられています。そしてそこから3次元カラビ・ヤウ多様体に関する「ミラー対称性」と呼ばれる問題が現れました。それが小西准教授が専門としている分野です。

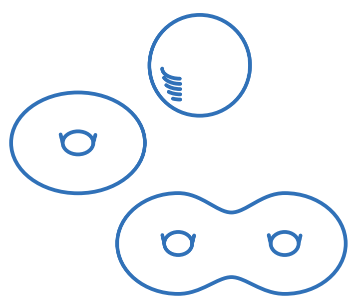
「物理学」と「数学」、2つの学問分野の重なるところ

物理学と数学。高校までだと科目が分かれているこの2つの分野には、どんな関係性があるのだろうか。同じ研究対象を扱うときに、物理学では、理論の実用性をより重視するため、「理論的な正確さの裏づけ」よりも「次に進むための確信」を求める傾向にあるがゆえ、「理論的な正確さの裏づけ」が重んじられる数学と、いわば「持ちつ持たれつ」的な関係性になることがあるという。「もっとも、物理の人から“ちゃんと定式化してくださいね”と要請されているわけではなく、数学をやっている人にとっては、ちゃんとしていないと気持ちが悪いので勝手にやってるだけなんですけどね」と小西准教授は笑う。

もとは物理学の出身である小西准教授は、数理物理学という学問分野に関し、こんな表現で説明する。「たとえば超弦理論に関する話題は、数学の人も物理の人も研究していて、物理のほうから問題が投げかけられ、数学の人がそれを論理的に検証して定式化しフィードバックする。そうすると、また次に新たな問題が投げかけられる。それの繰り返しがこの分野を発展させていくんです」。冒頭で述べたように、超弦理論から現れた問題のひとつにミラー対称性があるが、この問題はまさしくそのようにして発展してきたのである。

「ミラー対称性」の研究が数学のなかの異なる分野を結びつける

ミラー対称性の起源は、物理学者キャンデラスらによる1990年頃の研究の結果にさかのぼる。彼らは、まったく異なるふたつの量――ある3次元カラビ・ヤウ多様体に入っている種数ゼロのリーマン面の数と、別の3次元カラビ・ヤウ多様体の周期と呼ばれるもの――の間に関係があることを示したのである。この不思議な現象を後にエドワード・ウィッテンという物理学者が、「位相的弦理論」を使って説明してみせた。ウィッテンは「Aモデル」と「Bモデル」というふたつの理論を作り、キャンデラスたちの結果のリーマン面の数はAモデルの物理量、周期はBモデルの物理量であることを明らかにした。AモデルとBモデルはもともと同じ理論を変形してできたものなので出てくる物理量は一致するはずだと考えられる。



リーマン面とはこの図のような実2次元（複素1次元）の曲面のこと。あいている穴の数を種数という。図のリーマン面の種数はそれぞれ0,1,2

最終的に数学者によって、ミラー対称性は、一見まったく異なるAモデルとBモデルが同じ「平坦構造」をもつことであると定式化された。「Aモデル側のリーマン面の数え上げは、多様体のシンプレクティック構造に関係しているのでそちら側はシンプレクティック幾何学という分野の話です。一方、Bモデルの方は複素構造の変形なので代数幾何学の話になるんです。こんなふうに弦理論の話は数学の異なる分野をつなげてくれるんです」。

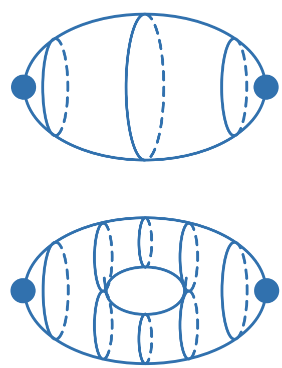
またミラー対称性には、いろいろなバージョンがあるそうで、ここで説明したのは「古典的」といわれているバージョンである。「古典」というのはその名のとおり、古いバージョンということであるが、他には「圏論的ミラー対称性」といわれている、より発展した形のバージョンもあるそうである。

現代の数学の最先端をゆく「ミラー対称性」のこれから

そして、ミラー対称性に関する目下のテーマは、種数が高くなるとどうなるか、ということであるという。Aモデルの場合は、高い種数のリーマン面からの写像の数えあげとしてすでに定式化されている。問題は、Bモデル側で対応するものは何なのか、である。物理学者はそれは「正則アノマリー（異常）方程式」の解であるべきだと主張しているが、その数学的な意味がまだよくわかっていないのである。

たいへん難解な内容であるが、小西准教授によると、「私は物理学科出身だったので、大学院に入学した頃は数学をまったく知らなくて大変でした。 最初はカラビ・ヤウ多様体って何？　ミラー対称性って？　という感じでしたけど、やっていくうちにおもしろくなってきました。現代の数学の最先端といえば、まあ、そのひとつかもしれないですね」とのこと。

数学と物理学、そして数学のなかのいくつもの分野をつなぐ「ミラー対称性」は、奥深いトピックであるとともに、未知の部分も持ち合わせる、可能性に満ちた領域であるといえそうだ。



弦理論とは、素粒子論における理論のひとつ。 粒子を0次元の点ではなく1次元の弦と考える理論で、ひも理論ともいう。弦が、時間が経つのに従って動いたり、相互作用したり、生成消滅したりする様子は、リーマン曲面で表される

数学・数理解析専攻

代数幾何学
吉川謙一教授

profile

1967年新潟県生まれ。1995年名古屋大学理学博士。東京大学准教授を経て、2010年より現職。解析的トーションとモジュラス空間上の保型形式に関する研究で2007年に幾何学賞を受賞。

異なる分野のつながりが予想の解決を導く

高校で習う「行列」というのは、主として2行2列のもっとも初歩的な形式で、有限であり、次元も低いものでした。したがって、そこに示される「ベクトル」は、平面や空間に矢印で表すように、方向や大きさの定まった、特定の「数」や「量」だったのです。

ところが、行列を無限に拡張し高次元のものを考えるとき、それは「函数」になることがあります。特定の数でない函数を考えることによって、汎用性が高まり、これまで見えていなかったものが見えてくるようになります。

吉川謙一教授の研究のひとつの中心は、無限次元の行列の行列式です。サイズが無限大である発散量からなんらかの有限値を取り出したいとき、「正規化行列式」という手段を使います。この理論は1980年代の後半以降に急速に発展し、数理物理学やアラケロフ幾何学など数学の諸分野において重要な概念となっています。

異なる分野間の研究のつながりが大きな成果を生む

吉川教授の研究を理解することは、数学を専門に学ばない者にとっては、非常に難しい。難解を恐れずあえて短くいえば、「高次元カラビ・ヤウ多様体のグロモフ・ウィッテン不変量が解析的トーションで記述できるというバシャドスキー・チェコッティ・大栗・ヴァファの予想を部分的に検証した」と書ける。その業績に対して、2007年に日本数学会より「幾何学賞」が与えられた。

バシャドスキー・チェコッティ・大栗・ヴァファの予想というのは、先に小西准教授の紹介のページで触れたミラー対称性予想に関するひとつのトピックだ。3次元カラビ・ヤウ多様体の中に楕円曲線が何個あるか数えることによって母函数が決まり、その母函数が解析的トーション（無限次元の行列の行列式の一種）として表される、という予想である。この予想が吉川教授の目下の研究の中心と密接に関わっている。

専門的になりすぎたが、たとえば、自然科学の中で、物理学の分野で研究されていたことと数学者が研究していたことが、別々の問題であると認識されているのに、どこかでつながったりすることがある。見かけの違うものでも本質はひとつだったりする、ということだ。1990年代の初期、数学の世界で、まさに異なる問題が突然ひとつにつながる、という「事件」が起きた。複素平面上の二重周期函数全体のなすベクトル空間において、ある正規化行列式は「デデキントのエータ函数」と呼ばれる美しい函数と周期を用いて記述される。このことを拡張したある予想が、物理学の弦理論におけるミラー対称性の研究から1990年代初期に示されたが、これはたいへんな驚きをもって迎えられ、数学において正規化行列式や解析的振率が研究される重要な動機のひとつとなった。

「数学の中でも、代数的にみれば行列式であるものが、解析的にみれば微分方程式だったり、あるいは幾何学的にみれば楕円曲線だったり、と。ここで重要なことは、異分野間のそうしたつながりが重大な発見に結びついたり新しい理論が誕生したり、あるいは難問の解決をみたりすることがある、ということです」、と吉川教授は言う。

整数論分野の問題であったはずのフェルマーの最終定理は、有理数を係数とする楕円曲線がモジュラー曲線と呼ばれるもので覆えてしまう、という谷山＝志村予想とイコールになったことをきっかけに、研究は急展開し解決に至った。フェルマーの最終定理より少し前に解決した「モーデル予想」は、フェルマーの予想をもう少し拡張し、有理数係数の方程式で定義されるリーマン面で種数が高いものは有限個の有理点しかもたない、という予想であったが、これもアラケロフ幾何学とつながることで解けたのである。

「ミラー対称性予想」は どのようにして 解明に向かうのか

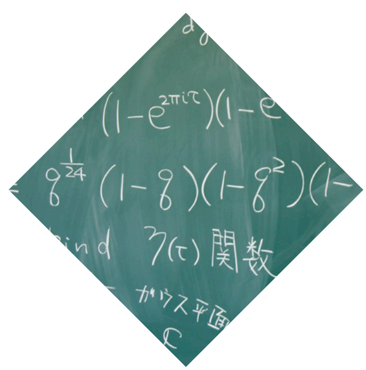
無限次元の行列の研究が現代数学の中でどういう部分に向かっているのかといえば、ひとつは先に小西准教授のページで述べた、弦理論の双対性の数学的な検証である。つまり、物理学ではすでに使われている理論に、数学サイドから「きちんとしたOK」が出せるかどうか、ということ。ミラー対称性と直接関係しているわけではないが、無限次元の行列の研究から、特別な整数係数の方程式で定義されるエンリケス曲面に対応するモジュライ空間の点において高次元のモジュラー型式の値がわかったりする。すなわち、高次元のモジュラー型式の値がエンリケス曲面の幾何学的な量と解析的な量とで具体的に表されることになる。

モジュラー型式というのは数学のさまざまな分野に関連するが、モンスター単純群という大きな群が1970年代に発見され、これに関連して「ムーンシャン予想」が立てられた。これは、ひとことで言うとモンスターという群が作用する代数系があって、そのモンスターの作用のトレースをとると種数ゼロのモジュラー函数が出てくる、というもので、それを南アフリカ出身の数学者リチャード・ボーチャーズが解決してフィールズ賞を受賞した。その過程で、ボーチャーズは10次元の保型形式をひとつ発見しているが、それが住んでいる空間がエンリケス曲面の住んでいる空間と同じだったのだ。

数学は、「ひとつの体系的な理論」

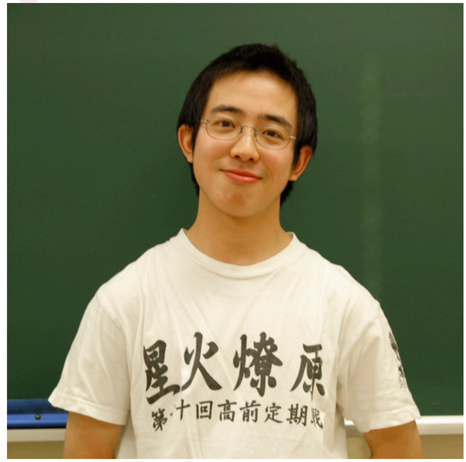
「数学の各分野は個別に存在しているのではなく、ひとつの体系的な理論として深いところでつながっています。このような(目の前にあるテーブルを指して)物体のことを、日本人は『机』と言いアメリカ人は『desk』と呼びますね。でも同じ類のもののことを言っているわけです。数学も同じで、代数学とか幾何学とか解析学とかの立場ごとに記述する言語が違うだけで、実はひとつのものなんです」。

さまざまな分野からの研究がつながって大きな成果が得られていく、というのが、20世紀中頃からの数学界のひとつのトレンドであり、数学という学問の魅力をより際立たせているのではないだろうか。次なる大きな「解決」は、現存するどの未解決予想に与えられるのだろうか…。



卒業生 interview

数学は、古今東西を越えてあらゆる人の夢を継承する学問



渋川元樹 さん
京都大学大学院理学研究科
数学・数理解析専攻　修士課程

profile
1987年東京都生まれ。2009年京都大学理学部卒。現在は大学院理学研究科修士課程に在学中。研究テーマはゼータ函数の特殊函数的な側面について。

「継承」されてこそ研究の価値があり、「独創」として結実する可能性が拓ける

Q: 現在はどのような研究をされていますか？

A: イギリスのバーンズという人が考えた多重ゼータ函数についての研究をしています。ゼータ函数は数学の非常に広範囲な分野に関係しますし、奥が深いんです。偉い先生も「人の心を高ぶらせるのがゼータである」とおっしゃっているぐらいです。

Q: 数学に興味を持ったきっかけは？

A: 私は（生まれは東京ですが）育ちは群馬県でありまして、一般観望が可能な施設としては日本でも有数の規模のぐんま天文台もあり、その頃は天文学に憧れていました。ですが、中学3年生の時、フェルマー予想を解いたワイルズを取り上げたテレビ番組を見て、そこで大数学者ヤコビの「数学とは人間精神の栄光そのものである」という言葉に感銘を受けました。それが数学に興味を持ったきっかけだと思います。

Q: 京都大学をめざそうとしたわけは？
A: 朝永振一郎先生と第一次南極越冬隊隊長の西堀栄三郎先生（いずれも京都帝国大学卒）に憧れてあんな風になりたいと思ったこと、それと私の亡くなった曽祖父が三高（旧制第三高等学校。現在の京都大学の前身のひとつ）に憧れていたことが大きいと思います。

Q: 数学の魅力とは何だと思いますか？
A: いろいろあるでしょうが、根本はやはり人類最古の“継承の学問”であるということだと私は思います。数学は古今東西を越えて、あらゆる人の夢を継承できる、それが魅力ですね。

Q: 「独創」よりも「継承」ですか？
A: 「継承」なしに「独創」は存在しえない（継承なしのまったくゼロからの独創はあり得ず、またどんな素晴らしい独創も継承されなければなかったことになってしまう）という点では、そうだと思います。数学の研究にはその長い歴史の中で、価値があるにも関わらず陽の目を見ていない、つまり継承されていないものがたくさんあります。だから他の誰にも継承されずに「俺がやらねば誰がやる！」というものを見つけて継承して、その結果を自分の「独創」として結実させたいというのが、私の数学にかける夢であり、願いです。

独り立ちへの道

Q: 高校生へのメッセージをお願いします。
A: 母校の高崎高校（男子校）の後輩によく言うようなことでもいいですか？　ちょっと一般的じゃないかもしれませんが…。

Q: お願いします。
A: 「男たれッ！」と。

Q: どういう趣旨ですか？
A: 「男は男に『生まれる』のではなく、男に『なる』のだ！」ということです。
私は、己が天命を知りその道を行く覚悟をした時、初めて男は男に「なる」のだと考えていますが、これは女性でもそうではないでしょうか。そしてその天命を知るということもやはり「継承」を抜きにはできません。自分はいったい何の為に生まれ落ち、何を成すべきなのか。その解は自分がどういう環境で生まれ、育ち、何をどのように学んだのかということ、つまり自分が継承したものを通さなければ得られないと思います。
高校生の時にそんな境地に到達している人はそうそういないでしょうが、これから大学に入り、社会に出ていく過程において、さまざまなことを学び（もちろん数学も）経験していく中で、その解を見つけていただきたい。そしていつの日にか真の男、あるいは女として独り立ちへの道、つまり「一身独立」の道へと凛として旅立つことを願います。

卒業生 interview

「ものごとを根本から考える」という学問の原点がベンチャービジネスに

高田智広さん
株式会社シーフル　取締役

profile
1977年大阪府生まれ。2006年京都大学博士（理学）。大阪経済大学非常勤講師などを経て2006年に起業、株式会社シーフル取締役を務める。四日市大学研究機構関孝和数学研究所研究員も兼務。

オーダーサイドの実態に即したオリジナルソフトの開発

Q: いわゆるベンチャー企業を立ち上げられたのですね？

A: はい。2003年に、知人と2人でソフトウエアの受託開発を中心とする会社を立ち上げました。

Q: ソフトの開発会社は多数あると思いますが、高田さんの会社の特徴は？

A: オーダー主の要望や実態にぴったり合うオリジナリティの高いソフトを開発し、役立ててもらうというところです。ですので、無駄がなく的確なソリューションを導くことができます。
たとえば、工場の生産ラインにたくさんの人間が関わるときに、作業のばらつきが全体としての効率を悪化させてしまいます。これを改善するために、データを収集・分析し、それぞれの作業がいつ終わるかを予測し、無駄な残業を抑制したり、次の作業

に効率よく移行できるようなしくみを構築するためのソフトを作りました。

Q: 学位を取得されてから起業というのは珍しいキャリアですね。

A: 不景気に直面し、新しい発想のビジネスが社会に必要だと思ったわけですが、大学院に進んでからの本格的な研究の中で、「ものごとを根本から考える」という発想や経験を得たことがいまの会社の力になっています。

Q: それは、数学だったから、ですか？

A: そうですね。数学の研究というのは、根源的なところからものごとを考え定式化して理論を作る、というのが基本ですから。

いろいろな人と交流することで幅広い視野を

Q: 数学を専攻することはいつごろ決められましたか？

A: 高校時代です。京大の理学部数学教室が主催する、月1回の「高校生のための現代数学入門講座」に高校の3年間ずっと参加していたんです。そのときに教わった上野健爾先生に、学部4年生から大学院までもお世話になるんですが。

Q: 高校の数学の授業とはずいぶんギャップがあったのではありませんか？

A: 逆に僕は、高校の数学っていうのをあまり知らないのかもしれません。だから、大学初学年の数学は「こんなもんか」という感じで、すんなり入っていけました。

Q: 起業のきっかけは？

A: 社長の橋本英樹さんは工学部で、社会への応用や貢献というのを正面から考えていて、ものごとを根本から考えるようなことが好きな僕と対称的でした。そんな考えの違いに刺激を受けるようになり、2人でバランスをうまくとってやっていけるんじゃないかと思いました。

Q: 研究生活から一転されたわけですが、すぐに馴染みましたか？

A: それまで狭かった視野がぐんと広がったことが、自分にとっては大きなプラスでしたね。

Q: 後輩へのメッセージをお聞かせいただけますか？

A: 日本経済は厳しい時代が続くと思います。いろいろなことの動きも早くなっています。上の世代をあてにせずに、自分で切り開いていくことが必要です。自分が何をしたいのか、そのために何をすればいいのかをしっかり見定めてください。先生や上司から言われたことをそのままやるような受け身の姿勢では世の中を渡っていけないと思います。京都大学の校風やカリキュラムは、その意味で有用だと思います。

・用・語・解・説・

■ **群** >>> 戻る

図形や空間の対称性を記述する数学的な構造のこと。

■ **ゼータ函数** >>> 戻る

現在ではいろいろな拡張や一般化があるが、最初のものはオイラーが端緒を見い出し、リーマンが素数分布の詳細な研究のために定義した「リーマン・ゼータ」であり、単にゼータといえばそれを指すことも多い。ゼータは数学や物理とさまざまな形で深く関わる研究対象である。

■ **表現論** >>> 戻る

通常は「群の表現論」を指す。平たくいえば、群を、行列(但し、サイズは無限のものも考える)によって表現するものである。群自体を調べるというより、群という対称性を通じ、例えば微分方程式などの数学的対象に潜む秩序を明らかにし、その構造を詳しく解析するのに用いられる。最近では「群」以外にも「量子群」の表現論が、数理物理などで強力な道具となっている。

■ **保型形式** >>> 戻る

周期性のような、ある種の対称性をもつ函数として、三角函数は基本的であるが、保型形式とは、一次分数変換という対称性に対してよい振る舞いをする高等函数である。

■ **伊藤の公式** >>> 戻る

古典力学のような決定論的な世界を記述する典型が「微分方程式」であるのに対し、確率論的に変動する世界を記述するのが「確率微分方程式」である。伊藤の公式はブラウン運動という最も基本的で典型的な確率過程に関する法則を与える。

■ **数理ファイナンス** >>> 戻る

大まかにいえば、確率論を金融に応用した学問分野。証券市場の数理モデルを作り、その中で証券価格がいかに決定されるかというメカニズムを研究する。

■ **無限可積分系** >>> 戻る

場の理論のように、無限自由度をもつ系の場合、一般には自由度が多すぎて解を特定することは困難である。しかし、ある種の特別な方程式の場合には、保存量(古典的にはエネルギーや運動量といったもの)が無限個存在して、非常に強い形に解が限定されるものがある。有名な例は、ソリトンであるが、その保存量の背後には隠れた対称性がある。その詳しい解析には表現論などの手法を用いることが可能であり、数学的にも豊かな内容をもつ。

・用・語・解・説・

■ **ナビエ・ストークス方程式** >>> 戻る
流体の運動を記述する2階非線形偏微分方程式。

■ **アインシュタイン方程式** >>> 戻る
万有引力・重力場を記述する場の方程式。その対象は宇宙全体の幾何学にもおよぶ。

■ **フェルマーの最終定理** >>> 戻る
「3以上の自然数nについて、$x^n+y^n=z^n$ となる0でない自然数 (x,y,z) の組み合わせが自明なもの以外にない」という定理。1637年頃、フランスの数学者ピエール・ド・フェルマーによって予想され、以後360年間にわたって数学者やアマチュアまでもが証明に挑み、最終的には1995年にイギリスの数学者アンドリュー・ワイルズによって証明された。

■ **3次元カラビ・ヤウ多様体** >>> 戻る
ある種の平坦性をもつ複素3次元（実6次元）の多様体。多様体とは空間を高次元化した概念。

■ **特異性** >>> 戻る
函数が微分可能でない点を、その函数の特異点という。微分方程式の解が特異点をもつとき、解は特異性をもつという。特異点では普通の意味では（つまり、微分できないので関数の微分としては）微分方程式を満たさないため、数学的に興味深い現象が起こっていることが多い。

■ **ポアンカレ予想** >>> 戻る
「単連結な3次元閉多様体は3次元球面S^3に同相である」とする予想。1904年にフランスの数学者アンリ・ポアンカレによって提出され、以後100年間にわたって解決をみなかった。2006年にロシアの数学者グリゴリー・ペレルマンによって証明された。

■ **楕円曲線** >>> 戻る
特異点をもたない、滑らかな平面3次曲線。高校などで習う「楕円」とは別物である。実数の世界における曲線は、複素数の世界として考えると「曲面」になるが、その場合、楕円曲線はドーナツの表面（浮き輪）のように「穴」の数（＝種数：次項参照）が1のものとなる。

■ **ミラー対称性** >>> 戻る
異なる2つの空間上の異なる２つの弦理論（A理論とＢ理論）において、片方の空間のＡ理論を用いて計算した結果ともう一方の空間のＢ理論を用いて計算した結果が同じであることをいう。ミラー対称性のもとでは、重要な量が鏡で映し合ったように入れかわる。

■ **種数** >>> 戻る
その切断によって生じる多様体が連結のままとなるような単純な閉曲線に沿った切断の最大数を表す整数。曲面を多人数用の浮き輪の表面と考えるとき、何人乗りの浮き輪かを表す量。

・用・語・解・説・

■ **位相的弦理論** >>> 戻る

物理学における超弦理論の一種で、エドワード・ウィッテンによって提唱された。シグマ模型と呼ばれる、リーマン面から多様体への写像のなす空間を考える理論（これも超弦理論の一種）に、topological twist という変形をして構成された。「位相的」という理由は、理論の物理量が多様体の幾何学的な性質から定まるため。topological twist の方法には2種類あるので、A モデルと B モデルの2種類がある。

■ **シンプレクティック構造** >>> 戻る

多様体の接空間において、「内積」ではないが、それの親類筋にあたる一種の積が定義されている「構造」である。より正確には、ベクトルとベクトルから実数が「積」によって決まり、掛け合わせるベクトルの順序を入れ替えたら符号が変わるようなもの（歪対称）である。

■ **弦理論** >>> 戻る

粒子を0次元の点ではなく1次元の弦として扱う理論。ひも理論ともいう。

■ **モジュラー型式** >>> 戻る

複素平面における函数であり、非常に多くの対称性をもつ型式のことで、複素解析、数論、位相幾何学、弦理論まで、多くの分野に関連する理論である。

■ **平坦構造** >>> 戻る

「曲がった」空間である「多様体」を扱うのが現代の幾何学であるが、その各点における「接空間」という「真っ直ぐな」空間を考えることで空間の第一次近似がベクトル空間によって実現される。幾何学的な「構造」はこの接空間自身や、そのつながり具合によってさまざまに記述される。
（以下の説明での「構造」は数学的に厳密なものではない）
平坦構造とは、多様体の接空間上の（さまざまな整合性を満たす）平坦な内積と結合的な積構造のことを指す。現在のミラー対称性の研究で基本的な役割を果たしている。

■ **複素構造** >>> 戻る

多様体の接空間が複素数上のベクトル空間となっているような構造。とくに「実」ベクトル空間だと考えると、虚数単位倍するという演算子が与えられていることになる。

■ **複素平面** >>> 戻る

複素数を内部の点として含む平面のこと。1つの複素数は2つの実数によって特徴付けられるが、この2つの実数を平面上の点と考えたとき、複素数も2次元平面上の点と考えられる。