

EARLY-WARNING SIGNAL の理論と応用を目指して

MACS SG12 外れ値で見る理学
大江優希 (M1), 竹田航太 (D2), 松田凌 (D2)
参加教員: 宮路智行 (京大), 林邦好 (京都女子大)

1. 理論の概要

パラメーターを持ち時間変化する系 (力学系) が, パラメーターも時間に依存している状況を考える. パラメーターが時間に対して, ゆっくりと変化すると, 安定状態にあった系に急激な変化が起こり, 他の安定状態に遷移する現象 (Critical Transition, CT) が観察される. このような現象を, 状態変数の特徴量から, 事前に検知する指標を **Early-Warning Signal (EWS)** という. CT が生じるのは, 分岐現象に対応することから, 分岐現象に付随する状態変数の特徴的な挙動を適切に取り出すことで, EWS を構成することができる [Sch2012].

理論的には, 個別の力学系モデルに対して, CT が発生する直前の特徴量を取り出すことが求められる. ただし, 力学系の大域的な特徴によっては, EWS を適切に修正する必要もある.

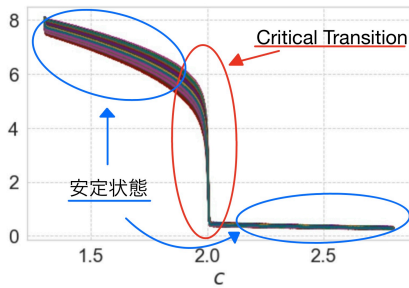


FIG 1. CT の例, 式 (*) の計算

一方で, 応用上は, 観測した系を数学的に完全に記述することは不可能である. したがって, 理論的に構成された EWS をそのまま適用できない. 観測された時系列データから, パターンを理解し, 特徴量を見つけ, EWS を再構成しなければならない. ここでは, 時系列データの外れ値を適切に取り出すことが要請され, 統計的アプローチが重要になる.

SG12 では, EWS の理論と応用の両方についての研究を行なった.

2. 理論的研究

EWS を構成する場合に, まず着目すべき状態変数を決定しなければならない. このような変数の族を Dynamical Network Marker (DNM) という [Che2012]. これについてまず次が知られている:

(Chen, '12 [Che2012]). サドルノード分岐に起因する CT を持つ力学系において, 次を満たす DNM \mathcal{X} が存在する: CT に近づくと,

- (i) \mathcal{X} 内の変数の標準偏差が急上昇
- (ii) \mathcal{X} 内の変数同士の相関係数の絶対値が急上昇
- (iii) \mathcal{X} と \mathcal{X} 以外の変数の相関係数の絶対値が急降下

そこで, これらの急変化を起こす特徴量から, EWS を構成することで理論的には EWS を構成できる, しかしなが

ら, 系の大域的性質によっては, DNM と EWS を取り替える必要性が示唆された ([NOI2016]).

そこで, 我々は, [NOI2016] と同様, Network May Model:

$$(*) \quad \frac{dx_j}{dt} = r_j x_j \left(1 - \frac{x_j}{K}\right) - \frac{cx_j^2}{x_j^2 + h^2} + D \sum_{j,k \in E} (x_k - x_j)$$

(ただし, $r_j = 1 - H\delta_j$ ($j = 1, \dots, N$), δ_j は $[0, 1]$ 内の一様乱数, 無向グラフ (V, E) を $V = \{1, \dots, N\}$, 定数 D とする.) について考察を行なった. [NOI2016] では, D の大きさによって, 系の一様性が変わるために, DNM, EWS を修正すべきであると示唆された. 我々は, この考えをより一般化し, 以下に問題があることを理解した:

- (i) ネットワークの構造を考慮した EWS を構成できるか
- (ii) システムのランダム性を保証する δ_j の分散に応じて EWS を取り替える/定義し直すべきか

3. 経済への応用

初めてセミナーに参加したとき, Critical Transition および EWS について学んだ. 株価理論や, より広く経済学に應用を見出せないかということ素朴に考えた. そこで, 変化点検知の知識を得るために山西健司他「異常検知からリスク管理へ」2章を読み, 金融時系列の変化点検知に関する知見を得た. セミナーにて内容を共有し, 統計学的視点並びに力学系的視点から有益な議論を展開できた. その後, 日本の物価上昇が基調的なものかを判断するため, ニューケインジアン・マクロ経済学の領域から決定論的力学系モデルを導出しようと努力したが, それは失敗に終わった. 現在はよりデータドリブンなモデルを構築するため鋭意研究中である.

4. さらなる展望

OV モデル (交通流の数値モデル) に関する EWS の構成

渋滞学という分野では, “渋滞はどのようにして起こるのか” “渋滞が起こることを事前に検知し回避することは可能か?” という二つの問題がある. 渋滞は, 流量をパラメータとする力学系において,

一様流 (一定の車間, 速度で走行) \longleftrightarrow 渋滞

という見方をすると CT である. そこで, 渋滞発生の事前検知に EWS を適用できる可能性が見出せる. このような数値モデルはすでに, 構築されており, OV モデルと呼ばれる. [Ban1995]

関西大学 友枝明保氏と SG12 のメンバーで定期的に研究連絡を行い, この方向についての研究も推し進めていく予定である.

REFERENCES

- [Ban1995] M. Bando, et al.. Dynamical Model of Traffic Congestion and Numerical Simulation., *Physical Review E* Volume **51.2** (1995): 1035-1042.
- [Sch2012] Scheffer, M., et al.. Early-warning signals for critical transitions. *Nature*, **461** (7260), 53-59 (2009).
- [Che2012] Luonan Chen, et al.. Detecting early-warning signals for sudden deterioration of complex diseases by dynamical network biomarkers. *Scientific Reports*, 2:342 (2012).
- [Mat2019] 松森唯益, 力学系における分岐現象の early-warning signals, 生産研究 **71**(2), 169-172, (2019).
- [NOI2016] 中川拓麻, 奥牧人, 合原一幸. 動的ネットワークマーカーによるシステムの転移の予兆検出. 生産研究. **68** (3), 271-274 (2016).