

京都大学理学部 特色入試

物理学・数学入試（女性募集枠） サンプル問題

京都大学理学部特色入試、物理学・数学入試（女性募集枠）の能力測定考査では、120分の試験時間で物理の問題が3問、数学の問題が1問出題されます。以下では、物理のサンプル問題として実際の試験問題より1問多い4問、数学のサンプル問題として1問例示し、出題意図について説明します。

物理学 以下の設問に答えよ。ただし、物理の教科書におけるスタイルを踏襲した答案を求める。すなわち、必要な数式や図を交えつつ、論理的な文章で、丁寧かつ簡潔に説明すること。簡潔な記述のために、広く物理学・数学の概念や言葉を使っても良い。

問題1 「振り子」の運動には、多くの自然現象に見られる基本的な要素が含まれる。以下の3つの間に答えることを通して、「振り子の物理」を解説せよ。

- (a) 「振り子の等時性」とは何か？その意味と条件を考察せよ。
- (b) 振幅が小さい場合、長さが1 mの振り子を振動させたとき、最下点を通過する時刻間の間隔は何秒か？ここでは、重力加速度を $g_0 = 9.83 \text{ m/s}^2$ とし、答えは0.1秒の整数倍に丸めて表記せよ。
- (c) 振り子は一見すると時間を定義する良い基準に見える。しかし、同じ振り子でも地球の北極と赤道で時間を測るとずれが生じる。地球の密度分布が球対称であるとし、その赤道半径を $R = 6380 \text{ km}$ とした場合、赤道での重力加速度は北極に対し、何パーセントずれると推定されるか。ただし、北極での重力加速度を(b)で定義した g_0 とする。有効数字は2桁で答えて良い。

問題2 自己インダクタンス L のコイルと電気容量 C のコンデンサを直列につないだ電気回路の共振周波数を示し、その導出を説明せよ。次に、この電気回路に抵抗値 R の抵抗と電圧が時刻 t の関数として $V_0 \sin \Omega t$ と変化する交流電源を加え、すべてを直列に接続したとき、流れる交流電流の最大値を角振動数 Ω の関数として図示するとともに、そのようになる理由を説明せよ。

問題3 直径数 cm の円筒状の磁石を手に持ち、机の上に置いた一円硬貨に近づけた後、ゆっくりと磁石を持ち上げると一円硬貨は浮き上がらないが、素早く持ち上げると浮き上がる。一円硬貨がなぜ浮き上がるのかを説明せよ。また、磁石を素早く動かしても動かないようにするためには一円硬貨の代わりにどのような物質を使えばよいか。理由も合わせて記述せよ。

次に、一円硬貨が浮くには、磁石をどの程度の速さで持ち上げればよいかを計算したい。一円硬貨を2.1 cmの外径、0.1 cm角の正方形断面のアルミ製穴あきリングに置き換えてリングにかかる力を考えることで必要な速さを概算し、有効数字1桁で答えよ。なお、磁石底面での垂直方向の

表面磁束密度を 0.5 T、表面から 0.1 cm 離れた位置での垂直方向の磁束密度を 0.4 T、リング内部には均一に磁場がかかっているとす。また、このリングの単位長さ当たりの電気抵抗は $2.7 \times 10^{-2} \Omega/\text{m}$ 、密度は $2.7 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ とす。

問題 4 内径が 2 cm で高さが 30 cm の円柱状の容器の底に新聞紙の切れ端をおいて、1 気圧 300 K の気体を封入する。ピストンを使ってこの気体を急速に圧縮して新聞紙を燃やすことを考える。どれくらいの力でピストンを押し込めばよいだろうか。有効数字一桁で答えよ。また、実際に人力で押し込むことができるかどうかについても議論せよ。さらに、ピストンをゆっくり押し込むと新聞紙は燃えなくなるが、その理由について説明せよ。

ただし、新聞紙の着火温度は 600 K とす。気体は 2 原子分子理想気体と考えてよい。このとき、容器を断熱材で囲んで体積 V を変化させたときの圧力 P は $PV^{7/5}$ が一定となるように定まる。

数学 以下の設問に答えよ。

1. x の関数 $f(x)$ のグラフ $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線がある $c \neq a$ に対して点 $(c, 0)$ を通ったとす。このとき関数 $g(x) = \frac{f(x)}{x - c}$ の $x = a$ における微分係数を求めよ。
2. 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^2 \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

出題意図

物理学 物理の問題では、物理学の基本的な公式や概念について理解するだけでなく、それらを簡潔に説明することを求めている。また、物理学の言葉を使って具体的な現象について定量的な議論もしたい。そこでも単に最終結果を計算するだけでなく、その答えに至る分かりやすい説明を書くことが主眼となっている。なお、能力測定考査に合格した受験者に対して、口頭試問において試験問題に対する理解度をさらに確認する。これにより、科学的な議論におけるコミュニケーション能力に加え、時間をかけて考えた際に問題の焦点をきちんと整理できるかどうかという点や、高い集中力と興味を持って物理の問題に取り組むことができるかどうかという点についても評価するが、これらの評価も合格者決定において重要となる。このことも踏まえた作題となっている。

具体的に、各々のサンプルの問題についての出題意図は以下の通りである。なお、物理のサンプル問題は、実際の試験問題より 1 問多くなっていることに注意せよ。

問題 1 バネや振り子、ねじり振り子など、復元力が働くことで振動する自然現象は数多くあり、物理学の基本的で重要な概念が含まれている。

問 (a) では、振り子の等時性という概念の説明を通して、図を描き、式を立てて導出し、説明できるかを問うている。

問(b)では、前問の議論を定量的に評価して数値を出す。なお、答えは片道が1.0秒になる。これは偶然ではなく、この長さの振り子は「秒振り子」と呼ばれ、フランスで度量衡が整備された当初に長さ(メートル)の定義の候補として議論された経緯がある。しかし、視点(c)で議論するように、地球上の位置によって秒の定義が変わるなどの問題があるため、厳密な定義としては採用されなかった。

問(c)では、遠心力の式を正しく適用して、定量的な評価ができるかを問うている。地球上の様々な地点での重力加速度の測定は、地下構造の探査などに広く使われている。

問題2 電流回路の性質を理解するためには、電荷と電流、電流とその時間変化などに対して、数学的な考え方による考察が必要である。そのような基礎的な考え方が理解できているかどうかを問うている。解答としては教科書に記載されている内容が説明できればよいのだが、解答への誘導が与えられていない状態で、論理立てて説明できるかどうかを問うことで、単に公式に当てはめて問題を解く能力ではなく、公式の導出に含まれる物理的な考え方の理解度を測ることを主眼としている。

問題3 電磁誘導は大学入試でよく出題される題材だが、より現実的な状況にあてはめて働く力の性質について説明できるかどうかを問うている。一円硬貨(アルミニウム)は強磁性体ではないため単純な磁力は働かないが、磁石を近づけた後すばやく離すと、電磁誘導による渦電流によって磁石との間に引力が働く。この渦電流の大きさは電気抵抗の大きさに反比例するため、絶縁体では引力は小さくなる。また、実際の一円硬貨の形状では、流れる電流分布が複雑で具体的に力を計算することは難しいが、形状をリングに簡略化することで、どの程度の速さで磁石を持ち上げれば金属体が浮かぶかを概算させている。この問題の状況は、ネオジム磁石と一円硬貨があればだれでも簡単に再現できるため、ぜひ実際に実験して確かめてもらいたい。

問題4 急速に気体を圧縮することで新聞紙の切れ端が燃える現象に対して、物理学を使って定量的に説明できるかどうかを問うている。急速な圧縮が断熱過程として記述されることを理解し、新聞紙の着火点を越えるために必要な圧力を求める。それに断面積をかけることで押し込むのに必要な力はわかるが、その力がどの程度なのかを日常的に目にする力と比較できるかも問うている。例えば、比較対象としては、荷物を持ちあげるときの力と比べるのでもよいし、あるいは、自分の体重をかけて押し込む場合を考えてもよいだろう。

数学 大学の物理学においては、高校で学ぶ力学、電磁気学、振動・波動、熱力学のいずれにおいても高校までよりも緻密な理論が数学を言葉として展開される。そのような数学の詳細は大学初年次および二年次に学ぶことになるが、大学数学の抽象度は高校数学よりも高いためそこで出てくる新しい概念を理解するために高校の数学で出てくる単元についての基礎的学力が要求される。このようなことから、数IIIの内容を含む微分積分学の基礎がしっかりと身につけていることを確認するという趣旨で数学の問題を出題する。今回の問題で言えば、1.では微分係数の接線としての意味と具体的値がきちんと結びついているかどうかを問い、2.では具体的な積分計算がしっかりとできるかを問うている。