

# Category theory and Natural sciences

物理学宇宙物理学専攻 佐々 真一

## カテゴリー理論とは？

「対象」と「その構造」を知りたい！

対象の成り立ち（細部）を徹底的に調べる — 自然科学の標準的な方法



「対象間の作用や関係」によって捉える — カテゴリー理論

# 何のために？

「ぱっと見違うように見える対象」の背後に  
「何か同じもの」が宿ることが分かる。

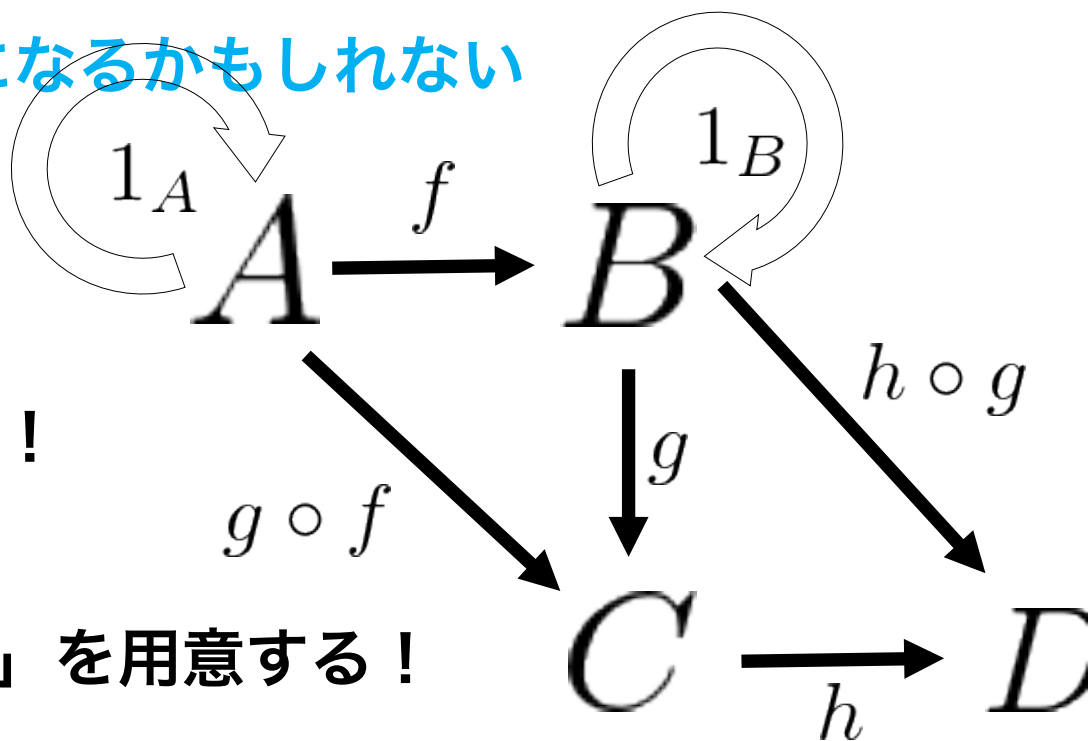


自然科学の新鮮な捉え方になるかもしれない

どのように？

記号と矢印をいっぱい書く！

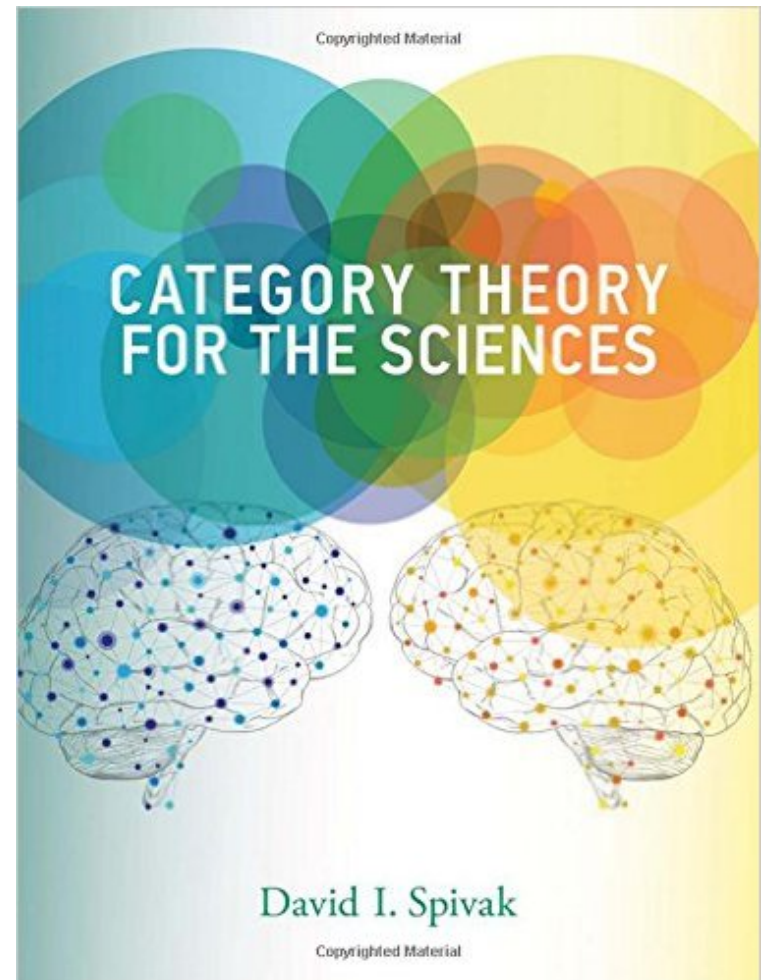
記号と矢印に関わる「言葉」を用意する！



# SGで取り上げた題材（昨年度）

Category Theory for the Sciences  
(MIT Press) (英語) ハードカバー –  
2014/10/10  
496ページ

This is a great book not only for the scientist who wants to learn Category theory, but for the mathematician as well.



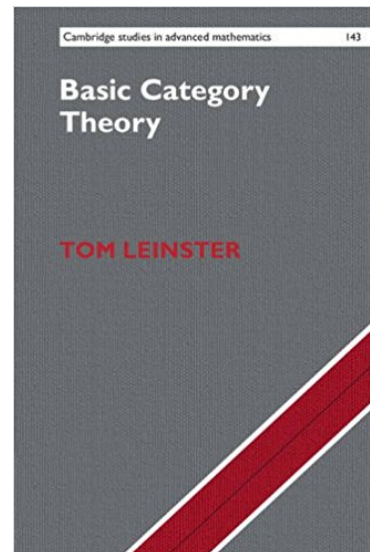
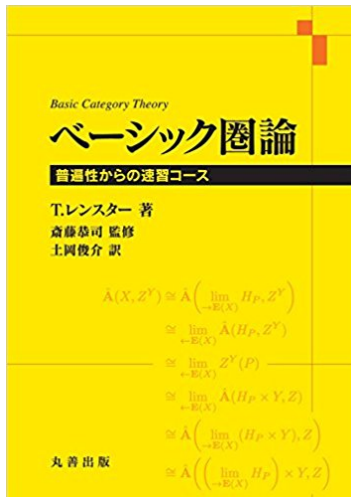
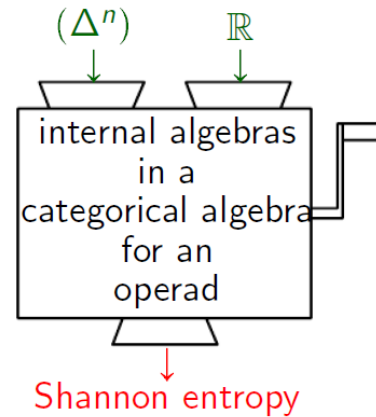
# SGで取り上げる題材 (その1)

## The categorical origins of entropy

Tom Leinster

University of Edinburgh

These slides: [www.maths.ed.ac.uk/~tl/](http://www.maths.ed.ac.uk/~tl/)



# SGで取り上げる題材（その2）

Arxiv:1504.03661

## Resource convertibility and ordered commutative monoids

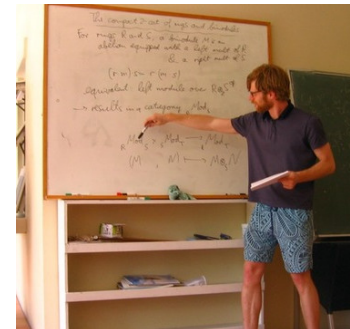
TOBIAS FRITZ, PERIMETER INSTITUTE FOR THEORETICAL PHYSICS, WATERLOO ON, CANADA

### CONTENTS

1. Introduction	2
2. Preliminaries on ordered sets	8
3. Resource theories: ordered commutative monoids	11
4. The catalytic regularization: ordered abelian groups	21
5. The many-copies regularization: ordered $\mathbb{Q}$ -vector spaces	26
6. The seed regularization: Archimedean ordered $\mathbb{Q}$ -vector spaces	31
7. Classifying additive monotones: the structure of functionals	37
8. Rates and the rate formula: the structure of two-dimensional slices	41
9. Notions of one-dimensionality: numerical ordered commutative monoids	50
10. Comparison to other mathematical theories of resources	55
Appendix A. The Hahn–Banach extension theorem	59
Appendix B. Ordered commutative monoids as symmetric monoidal categories	60
References	61

Von Neumann-Morgenstein 意思決定理論 !

Lieb-Yngvason 熱力学 !



# SGで取り上げる題材 (その3)

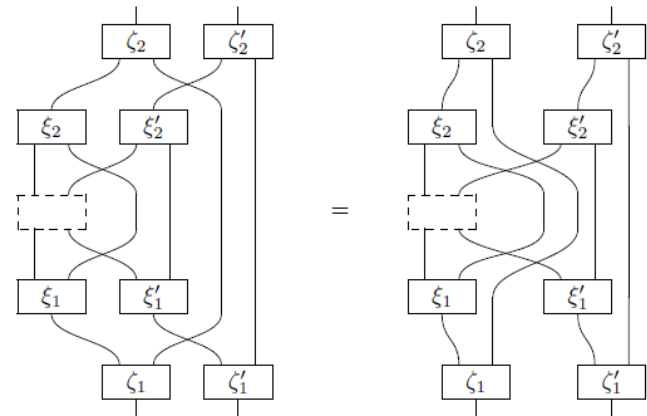
Arxiv:1409.5531

## A mathematical theory of resources

Bob Coecke<sup>\*1</sup>, Tobias Fritz<sup>†2</sup>, and Robert W. Spekkens<sup>‡2</sup>

### Contents

1	Introduction	2
2	Resource theories	5
2.1	What is a resource theory?	5
2.2	Examples	7
3	Resource theories from partitioned process theories	9
3.1	Partitioned process theories	9
3.2	Resource theories of states	10
3.3	Resource theories of parallel-combinable processes	
3.4	Resource theories of universally-combinable processes	
4	Theories of resource convertibility	
4.1	Definition	
4.2	A bit of phenomenology	
5	Quantitative concepts for theories of resource convertibility	
5.1	Monotones	
5.2	Conversion rates	
6	Closing	
A	Proof of Theorem 3.12	



# すすめかた

## 参加教員

石塚裕大 (数学；代数幾何学)

太田洋輝 (物理；統計物理学)

岸本大祐 (数学；代数的位相幾何学)

佐々真一 (物理；統計物理学)

## 開催日時

参加教員全員が揃うのは金曜5限

## 具体的に・・・

Leinster のスライドを踏まえて、

“quick introduction to entropy” (Sasa) とか

“quick introduction to category theory” (Ishizuka) とかから入って、

1年かけて「題材」を攻略する